

Warszawa, 21.07.2025

dr hab. Barbara Kowalczyk, prof. SGH

Zakład Statystyki Matematycznej

Instytut Ekonometrii

Kolegium Analiz Ekonomicznych

Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

**Recenzja rozprawy doktorskiej
magistra Tomasza Stachurskiego
pt. „Metody estymacji i predykcji kwantyli w reprezentacyjnych badaniach
ekonomicznych”**

Promotor: dr hab. Tomasz Żądło, prof. UE

Dziedzina: nauki społeczne, dyscyplina: ekonomia i finanse

Przedstawiona do recenzji rozprawa doktorska podejmuje problem estymacji i predykcji kwantyli w reprezentacyjnych badaniach ekonomicznych, uwzględniając różnorodne obszary badawcze metody reprezentacyjnej, w szczególności podejście randomizacyjne, kalibracyjne i modelowe oraz problem małych obszarów. Znaczenia badań reprezentacyjnych dla nauk ekonomicznych i społecznych nie da się przecenić. W tym kontekście specjalnej wagi nabiera problem szacowania kwantyli, ze względu na nieco inną podstawę teoretyczną niż ma to miejsce w przypadku wielu innych, szeroko rozważanych parametrów populacji oraz liczne ważne zastosowania w zagadnieniach ekonomicznych. Dodatkowe uwzględnienie w pracy problemu małych obszarów odpowiada wymogom stawianym współczesnym reprezentacyjnym badaniom ekonomicznym oraz niesie za sobą kolejne wyzwania teoretyczne. W statystyce małych obszarów mamy do czynienia z ograniczoną liczebnością próby, co często skutkuje

koniecznością zapożyczania mocy z innych domen czy okresów oraz wymaga zastosowania specyficznych estymatorów i zaawansowanych modeli. W mojej ocenie **wybór tematu pracy** jest trafny, ciekawy teoretycznie i wartościowy aplikacyjnie.

W pierwszej części recenzji omówię strukturę rozprawy doktorskiej oraz odniosę się do jej treści merytorycznej. Z obowiązku recenzenckiego wskażę w tej części również na słabsze strony pracy i wyrażę szczegółowe uwagi krytyczne. Już teraz jednak zaznaczę, iż w mojej ocenie praca zasługuje na uznanie. Mocne strony rozprawy doktorskiej oraz jej atuty i walory merytoryczne przedstawię w dalszej części recenzji. Tam też poddam ocenie oryginalność rozwiązania problemu naukowego, wiedzę teoretyczną Doktoranta zaprezentowaną w rozprawie oraz umiejętność samodzielnego prowadzenia pracy naukowej.

Całkowita objętość przedstawionej do recenzji rozprawy doktorskiej, wraz z bibliografią, spisem tabel, spisem rysunków oraz załącznikami, wynosi 168 stron. Zasadnicza część pracy została podzielona na 5 rozdziałów poprzedzonych wstępem i zwieńczonych zakończeniem. Pierwsze cztery rozdziały rozprawy mają charakter teoretyczny. W rozdziale piątym – najobszerniejszym w całej pracy - przedstawiono metodykę i wyniki obszernego badania symulacyjnego, które miało na celu empiryczne porównanie oraz analizę własności estymatorów i predyktorów kwantyli, przedstawionych we wcześniejszych rozdziałach teoretycznych. Każdy rozdział zamknięto syntetycznym podsumowaniem. Bibliografia w przedstawionej rozprawie doktorskiej zawiera 173 pozycje.

W **rozdziale pierwszym** Autor wprowadził do problemu szacowania kwantyli, kładąc szczególny nacisk na zastosowania w naukach ekonomicznych, przedstawił podstawy teoretyczne estymacji w podejściu randomizacyjnym oraz predykcji w podejściu modelowym w badaniach reprezentacyjnych, omówił mierniki bazujące na kwantylach, wprowadził również do zagadnień dotyczących statystyki małych obszarów. Rozdział ten zawiera zarówno osadzenie tematu pracy w badaniach ekonomicznych, jak i fundament teoretyczny z zakresu metody reprezentacyjnej, statystyki, ekonometrii oraz uczenia maszynowego wykorzystywany w dalszej części rozprawy.

W rozdziale tym Doktorant przedstawił również autorską propozycję schematu losowania z prawdopodobieństwami inkluzji pierwszego rzędu zależnymi od odległości pomiędzy wektorem wartości cech pomocniczych a wektorem kwantyli tych cech w populacji. Mam jednak drobną uwagę dotyczącą tego fragmentu. Na str. 19 dwa razy można przeczytać, iż mamy do czynienia z prawdopodobieństwami inkluzji pierwszego rzędu wyznaczanymi proporcjonalnie do odległości wektora wartości cech pomocniczych od wektora wartości kwantyli tych cech w populacji, natomiast w podsumowaniu na str. 42 czytamy już, iż prawdopodobieństwa inkluzji pierwszego rzędu nie są proporcjonalne do tej odległości, tylko są do niej odwrotnie proporcjonalne. Patrząc na wzór zawarty w algorytmie 1.3 oraz biorąc pod uwagę fakt, iż l_k jest odwrotnością odległości pomiędzy wektorem wartości cech pomocniczych a wektorem wartości kwantyli tych cech w populacji, bardziej właściwa wydaje się być wersja przedstawiona w podsumowaniu. Odpowiada też ona wymogom praktycznym w odniesieniu do tego schematu. Zaproponowany schemat losowania jest bardzo ciekawy i oryginalny. Szkoda trochę, że Autor nie przeanalizował szerzej jego własności.

Rozdział drugi poświęcony jest estymacji kwantyli w populacji oraz w domenie (małym obszarze) w podejściu randomizacyjnym. Autor nie ustala tu jednego szczególnego schematu losowania, rozważania podane są w ujęciu ogólnym z wykorzystaniem prawdopodobieństw inkluzji pierwszego i drugiego rzędu. Dzięki takiemu podejściu rozważania przedstawione w tym rozdziale zastosować można dla dowolnego schematu losowania. Proponowane estymatory wykorzystują informacje o cesze pomocniczej, co prowadzi zazwyczaj do zwiększenia efektywności estymacji. Doktorant przedstawia estymator ilorazowy, iloczynowy i regresyjny kwantyla w populacji oraz analogiczne estymatory dla domen, tj. bezpośredni estymator ilorazowy, bezpośredni estymator iloczynowy oraz bezpośredni estymator regresyjny. Proponuje też autorskie wykorzystanie alternatywnych metod regresji do estymacji kwantyli w populacji skończonej, tj. wprowadza estymator regresyjny kwantyla w populacji oparty na regresji kwantylowej, regresji metodą Hubera, metodą Tukeya oraz metodą Hampela. W tym miejscu estymatory te nie są jeszcze w żaden sposób porównywane, jedynie zaproponowane. Autor wprowadza też estymatory syntetyczne dla kwantyli w małym obszarze. Przedstawia syntetyczny estymator ilorazowy kwantyla w domenie

zapożyczający informacje z całej populacji, syntetyczny estymator iloczynowy i syntetyczny estymator regresyjny. Doktorant podaje też ogólne wzory na obciążenie i błąd średniokwadratowy zaproponowanych estymatorów. Następnie Autor proponuje wykorzystanie syntetycznych estymatorów odpornych do estymacji kwantyli w domenie, tj. dla problemu małego obszaru. Doktorant wprowadza autorską propozycję wykorzystania syntetycznego estymatora regresyjnego kwantyla w domenie opartego na regresji kwantylowej, regresji metodą Hubera, metodą Tukeya oraz metodą Hampela.

Do rozdziału drugiego mam jedną uwagę. Pomimo szerokiego spektrum zaprezentowanych estymatorów kwantyli w populacji i w domenie, w tym wielu autorskich, wydaje się iż jest jeszcze przestrzeń na rozszerzenie i uogólnienie rozważań zaprezentowanych w tym rozdziale poprzez uwzględnienie estymatorów wykorzystujących wielowymiarowy wektor cech pomocniczych.

W **rozdziale trzecim** Doktorant przechodzi do problemu szacowania kwantyli w podejściu modelowym. Jest to najkrótszy rozdział w pracy - liczy jedynie 6 stron. Jest jednak merytorycznie skondensowany. Doktorant prezentuje tu dwie klasy predyktorów: empiryczny najlepszy predyktor (EBP) i empiryczny predyktor plug-in (EPP). Umożliwiają one predykcję kwantyli – co rozważa w tym rozdziale Autor - na podstawie modeli liniowych, liniowych modeli mieszanych, modelu drzewa regresyjnego oraz modelu drzewa regresyjnego z efektami losowymi. Do oceny dokładności predykcji Doktorant proponuje wykorzystanie parametrycznej metody bootstrap. Sygnalizuje też istnienie innych technik bootstrapowych.

W rozdziale tym Doktorant podaje autorską propozycję wykorzystania do predykcji kwantyli empirycznego predyktora plug-in opartego na modelu drzewa regresyjnego z efektami losowymi.

Odnosząc się do rozdziału trzeciego dość naturalnym wydaje się pytanie o możliwość zastosowania innych metod uczenia maszynowego w problemie predykcji kwantyli w badaniach reprezentacyjnych.

W **rozdziale czwartym** Doktorant odnosi się do wnioskowania o kwantylach na podstawie dystrybuanty. Autor omawia trzy podstawowe podejścia do estymacji

dystrybuanty w badaniach reprezentacyjnych. Pierwsze podejście omawiane w tym rozdziale to podejście randomizacyjne, wykorzystujące m.in. klasyczny estymator Horvitz-Thompsona i estymator Hájeka. Drugie podejście to podejście kalibracyjne, uwzględniające informacje o cechach pomocniczych. Autor omawia klasyczną kalibrację ze względu na wektor wartości globalnych cech dodatkowych, kalibrację ze względu na kwantyle cechy pomocniczej oraz kalibrację zintegrowaną, zaproponowaną w pracy Beręsewicz i Szymkowiak (2023). Ostatnie - trzecie - podejście do estymacji dystrybuanty, to podejście modelowe. Doktorant w rozdziale czwartym, w celu uzyskania finalnych oszacowań kwantyli, przedstawia propozycję własną zastosowania estymacji jądrowej do wyznaczania odwrotności dystrybuanty, na podstawie estymatorów kalibracyjnych dystrybuanty, na podstawie zmodyfikowanego modelu Chabersa-Dunstana z efektem losowym oraz na podstawie liniowego modelu mieszanego z predykcją wykorzystującą estymator typu plug-in.

Odnośnie rozdziału 4 mam dwie uwagi. W rozdziale tym zabrakło mi odniesienia do pozycji literaturowej: *Martínez, S., Illescas, M. D., Rueda, M. (2024). Calibration estimation of distribution function based on multidimensional scaling of auxiliary information. Journal of Computational and Applied Mathematics. 446. 115876. 10.1016/j.cam.2024.115876.* Uważam też, iż podrozdział 4.5 jest trochę nieczytelnie napisany. Sprawia wrażenie jakby Autor zastosował w nim czysto mechaniczne kopiowanie, co doprowadziło do trochę nadmiernej ilości wzorów formalnych przy jednoczesnym braku komentarza merytorycznego.

W **rozdziale piątym** przedstawiono metodykę oraz wyniki obszernego badania symulacyjnego, które miało na celu empiryczne porównanie oraz analizę własności metod estymacji i predykcji przedstawionych w rozdziałach wcześniejszych. Można powiedzieć, iż rozdział piąty jest zwieńczeniem całej pracy. Badanie symulacyjne oparto na danych panelowych pochodzących z Banku Danych Lokalnych. Cechą badaną była wartość dochodów z tytułu podatku od nieruchomości. Dane zostały zagregowane do poziomu powiatów. Finalny zbiór danych, który został poddany eksperymentowi Monte Carlo składał się z 368 powiatów obserwowanych w latach 2018-2022.

Badanie symulacyjne zostało tak skonstruowane, aby uwzględniona w nim była zarówno zmienność wynikająca z przyjętego planu losowania oraz zmienność wynikająca z założonego modelu nadpopulacji. Liczba replikacji w każdej pojedynczej symulacji Monte Carlo wyniosła 100 000. Pamiętać jednak należy, iż jest to iloczyn liczby replikacji wynikających z podejścia randomizacyjnego (200 replikacji) i z podejścia modelowego (500 replikacji). Do porównań estymatorów i modeli autor wykorzystał klasyczne mierniki używane w symulacji Monte Carlo, jak względne obciążenie, błąd średniokwadratowy oraz efektywność względna estymatora i predyktora.

W badaniu symulacyjnym rozważono sumarycznie kilkadziesiąt metod szacowania kwantyli, uwzględniając estymatory kwantyli, estymatory wspomagane modelem, estymatory kalibracyjne oraz liczne zaawansowane predyktory kwantyli zarówno w populacji, jak i w małym obszarze. Dominująca część rozważanych metod to metody zaproponowane w tym problemie przez Doktoranta albo pewne autorskie modyfikacje znanych metod.

Wyniki badania symulacyjnego są ciekawe i często nieoczywiste. Badanie wykazało fakt dominacji syntetycznych estymatorów regresyjnych przy zastosowaniu regresji Hampela i Tukeya w przypadku domen. W przypadku estymacji kwantyli dla populacji wykorzystanie informacji dodatkowej – jak można się było spodziewać – przyczyniło się do zwiększenia efektywności estymacji. Wyraźnie jednak tu widać zwiększenie tego efektu dla kwantyli wyższych rzędów. Ważne wyniki otrzymano też dla estymatorów kalibracyjnych dystrybuanty. Wskazano na zjawisko nadmiernej kalibracji. Jednocześnie wykazano, iż zastosowanie estymacji jądrowej do wyznaczania funkcji odwrotnej do dystrybuanty wpłynęło na poprawę dokładności estymacji wybranych estymatorów kalibracyjnych. W podejściu modelowym najlepiej zachowywały się modele mieszane oraz model drzewa regresyjnego z efektami losowymi. W całym przedstawionym eksperymencie Monte Carlo ciekawe było porównanie efektywności specyficznych estymatorów i predyktorów kwantyli dla populacji i domeny. Nie sposób wymienić w tym miejscu wszystkich wniosków z tak obszernego badania symulacyjnego. Podkreślić natomiast należy, iż przedstawione badanie symulacyjne było niezwykle wymagające w kontekście teoretycznego przygotowania, zaprojektowania oraz implementacji w języku programowania R.

Przejdę teraz do omówienia **redakcyjno-technicznej** strony rozprawy doktorskiej. W pracy zdarzają się niestety dość liczne potknięcia redakcyjne. Na str. 18 pojawia się niepotrzebna kropka w środku zdania (Algorytm 1.2, punkt 3), a na dole tej samej strony znajdują się dwa przecinki obok siebie. Na str. 41 widać dość przykre niedopatrzenie techniczne w postaci komunikatu: „Błąd! Nie można znaleźć źródła odwołania”. Drugi taki lapsus znaleźć można na str. 68, gdzie w środku tekstu pojawia się zbędna niedokończona wyboldowana fraza: „Szacowanie dystrybuanty – podejście randomizacyjne dodatkowych”. Na str. 119 mamy jedynie dwa zdania, przy czym w pierwszym zdaniu brakuje jednego wyrazu, a w drugim zdaniu brakuje jednej litery. Błędów redakcyjnych tego typu jest dość sporo w pracy. Rozprawa mogłaby być pod tym względem napisana nieco staranniej. Natomiast błędów redakcyjnych we wzorach nie było już tak wiele. Na str. 24 zabrakło macierzy jednostkowej przy σ^2 . We wzorach (2.15), (2.17) oraz (2.39) pojawiła się stała π , podczas gdy powinny tam się znaleźć prawdopodobieństwa inkluzji pierwszego rzędu dla poszczególnych elementów próby, czyli π_i . Analogicznie, na str. 68 zamiast $d_i = \pi^{-1}$ powinno być $d_i = \pi_i^{-1}$.

Po omówieniu pracy oraz przedstawieniu kilku uwag krytycznych, nie sposób pominąć mocnych stron rozprawy doktorskiej, które zasługują na uznanie. Przejdę zatem do przedstawienia **atutów i walorów merytorycznych pracy**.

W moim odczuciu największym walorem merytorycznym rozprawy doktorskiej jest jej szeroki i kompleksowy charakter. Doktorant podejmuje zagadnienie estymacji i predykcji kwantyli poprzez wykorzystanie różnorodnych perspektyw badawczych, prezentując wieloaspektowe ujęcie. Stosuje jednocześnie podejście randomizacyjne, kalibracyjne i modelowe, co nie zdarza się w pracach aż tak często, dodatkowo - w ramach każdego z podejść - rozważa problem szacowania i dla populacji i dla domen, wyniki prezentuje w ogólnym ujęciu niezależnym od przyjętego schematu losowania, przy czym każde zagadnienie analizuje przy użyciu bogatego zestawu metod i technik ilościowych. Tak szerokie podejście do rozpatrywanego zagadnienia jest niezwykle rzadko spotykane w rozprawach doktorskich odnoszących się do tematyki badań reprezentacyjnych.

Kolejnym walorem merytorycznym pracy jest duża liczba wyników własnych oraz autorskich propozycji wykorzystania estymatorów i predyktorów kwantyli w populacji

i domenie, a także autorskich modyfikacji znanych metod. Podkreślić należy, iż propozycje własne Doktoranta pojawiają się przy różnorodnych podejściach teoretycznych, z użyciem różnych technik ilościowych i różnych metod badawczych. Wkład autorski można znaleźć w każdym rozdziale rozprawy doktorskiej.

Kolejnym atutem pracy jest obszerne badanie symulacyjne, uwzględniające zarówno zmienność wynikającą z przyjętego planu losowania, jak i założonego modelu nadpopulacji. Podkreślić należy, iż realizacja tego badania wymagała od Doktoranta nie tylko szerokiej wiedzy teoretycznej, ale również doskonałej umiejętności programowania w języku R oraz znajomości najnowszych pakietów tego języka, pozwalających na implementację złożonych metod estymacji i zaawansowanych modeli.

Doktorant niewątpliwie zrealizował główny **cel teoretyczno-poznawczy**, jakim było zaproponowanie nowych metod estymacji i predykcji do oceny kwantyli oraz modyfikacja istniejących metod, zarówno w kontekście oceny kwantyli w populacji, jak i w małym obszarze.

Na koniec dodam jeszcze, iż bardzo wysoko oceniam również autorską propozycję schematu losowania, w którym prawdopodobieństwa inkluzji pierwszego rzędu zależne są od odległości pomiędzy wektorem wartości cech pomocniczych a wektorem kwantyli tych cech w populacji. Mimo, iż propozycja ta znajduje się trochę z boku głównego nurtu rozprawy doktorskiej i nie została jeszcze w pełni rozwinięta, uważam ją za niezwykle ciekawą i mogącą wzbudzić szerokie zainteresowanie wśród znawców tematu.

Wieloaspektowy kompleksowy charakter pracy, znaczna liczba propozycji autorskich oraz rozbudowane badanie symulacyjne i kompleksowa analiza oparta na symulacjach świadczą o **bardzo dużej wiedzy teoretycznej Doktoranta, szerokim warsztacie badawczym oraz umiejętności samodzielnego prowadzenia badań naukowych.**

Po zapoznaniu się z rozprawą doktorską pojawiły mi się dwa pytania, na które oczekiwałabym odpowiedzi podczas publicznej obrony:

1. Jedną z głównych bolączek współczesnych badań reprezentacyjnych prowadzonych w praktyce statystycznej są duże braki odpowiedzi. Braki te zazwyczaj nie mają charakteru czysto losowego, tj. nie są to braki typu MCAR. Często mamy do czynienia z brakami typu MAR lub MNAR. Wydaje się, iż w tym kontekście estymacja kwantyli stanowi szczególne wyzwanie. W jaki sposób obecność braków danych może wpływać na efektywność przedstawionych w pracy metod szacowania kwantyli oraz jak Doktorant widzi możliwość zintegrowania współczesnych metod postępowania z danymi niekompletnymi z metodami szacowania kwantyli?
 - a) Odnosząc się do statystyki małych obszarów, chciałabym zapytać jak idea zapożyczenia mocy z innych domen (lub z całej populacji/regionu) może wpływać na wyniki oszacowań różnicy pomiędzy kwantylami tych samych rzędów w dwóch domenach? Oczywiście przy założeniu, że domeny te należą do tej samej populacji/regionu.

Prosiłabym też Doktoranta o ustosunkowanie się podczas publicznej obrony do uwag zawartych w pierwszej części recenzji.

Wniosek końcowy

W mojej opinii rozprawa doktorska magistra Tomasz Stachurskiego pt. „Metody estymacji i predykcji kwantyli w reprezentacyjnych badaniach ekonomicznych”, pomimo drobnych uwag krytycznych ujętych w recenzji, stanowi wartościowe opracowanie naukowe z zakresu dyscypliny ekonomia i finanse.

Oryginalność rozwiązania problemu naukowego wynika przede wszystkim z zastosowania wielu autorskich propozycji oraz kompleksowego wieloaspektowego charakteru pracy. Bogata treść merytoryczna rozprawy doktorskiej, dobre osadzenie w naukach ekonomicznych, mnogość stosowanych podejść oraz umiejętność tworzenia własnych rozwiązań, świadczą o dużej wiedzy teoretycznej Doktoranta. Rozbudowane badanie symulacyjne i kompleksowa analiza oparta na symulacjach dopełnia obrazu wiedzy oraz umiejętności Autora i wraz z wcześniej omawianymi atutami pracy

jednoznacznie świadczy o umiejętności samodzielnego prowadzenia pracy naukowej przez Doktoranta.

Stwierdzam, że przedłożona do recenzji rozprawa doktorska spełnia przesłanki, o których mowa w art. 187 ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce*. Wniosuję o dopuszczenie rozprawy doktorskiej magistra Tomasza Stachurskiego do publicznej obrony w dziedzinie nauk społecznych w dyscyplinie ekonomia i finanse.